

5 Relationaler Datenbank-Entwurf

Problem: Zu modellierender Ausschnitt der realen Welt durch unterschiedlichste relationale DB-Schemata darstellbar

- Welche Schemata sind **äquivalent**, d.h. stellen die gleiche Information dar? Welche sind **gute** Schemata?
- Gesucht: Äquivalenzkriterien und Gütekriterien; Methoden zur Schemaverbesserung

Grundlage: Relationenschemata mit **funktionalen Abhängigkeiten (FAen)**; spezielle, für das relationale Datenmodell typische Integritätsbedingungen

Erwünscht: Vermeidung von

- Redundanz
- Anomalien
Änderungs-, Einfüge- und Löschanomalien

Entwurfsziele

- Redundanzen und Anomalien beseitigen
- Äquivalenz garantieren
- Vorgehen: Normalisierung, d.h. Umwandlung von gegebenen Relationenschemata zu Relationenschemata in Normalform

Beispiel: KAL (Kunde-Auftrag-Lieferant)

S1 KAL(KName, KAdr, Kto, Ware, Menge, LName, LAdr, Preis)

universelle Relation: alle Attribute

S2 Original-KAL

KUNDE (KName, KAdr, Kto)

AUFTRAG(KName, Ware, Menge)

LIEFERANT(LName, LAdr, Ware, Preis)

S3 KUNDE(KName, KAdr, Kto)

AUFTRAG(KName, Ware, Menge)

LIEFERANT'(LName, LAdr)

ANGEBOT(LName, Ware, Preis)

S4 wie S3, jedoch zusätzlich:

BEZUG(KName, Ware, LName)

S5-S7 wie S2-S4, jedoch KUNDE zerlegt in

KUNADR(KName, KAdr)

KUNKTO(KName, Kto)

Nachteile (anhand von Original-KAL)

- LIEFERANT(LName, LAdr, Ware, Preis)
- Redundanz: Adresse LAdr eines Lieferanten wird zu jeder Ware aufgeführt
- Änderungs-Anomalien (Einfüge-, Update-, Lösch-Anomalien)
 - a) Adresse kann nicht ohne Ware eingefügt werden
 - b) Adresse kann beim Update einer Ware unvollständig geändert werden
 - c) Adresse wird mit der letzten Ware gelöscht

Verbesserung

- LIEFERANT'(LName, LAdr)
ANGEBOT(LName, Ware, Preis)
also Zerlegung der Relation LIEFERANT
- Problem: Ist LIEFERANT' zusammen mit ANGEBOT äquivalent zu LIEFERANT?
- neuer Nachteil: zum Teil aufwendigere Anfragen, z.B. Lieferantenadressen zu Waren erfordert Verbundbildung

Beispiele für funktionale Abhängigkeiten

Beispiel: KAL

KUNDE(KName, KAdr, Kto)

KName \rightarrow KAdr Kto

AUFTRAG(KName, Ware, Menge)

KName Ware \rightarrow Menge

LIEFERANT(LName, LAdr, Ware, Preis)

LName \rightarrow LAdr

LName Ware \rightarrow Preis

Beispiel: STADT

STADT(SName, X, Y, EinwAnz)

SName \rightarrow X, Y

X, Y \rightarrow SName

SName \rightarrow EinwAnz

Obacht: als Schlüssel kommen {SName} oder {X, Y} in Frage; dies wird aber nicht durch STADT(SName, X, Y, EinwAnz) ausgedrückt, sondern durch

STADT(SName, X, Y, EinwAnz) bzw.

STADT(SName, X, Y, EinwAnz)

Beispiel: WOHNUNGSMARKT (WM)

| WM | VName | Adresse | Wnr | Miete | MName | HTier |
|-----|-------|---------|-----|-------|-------|-------|
| r | Ada | Idaweg3 | 1 | 800 | Cher | Fisch |
| | Ada | Idaweg2 | 2 | 900 | Dan | Hund |
| | Ada | Idaweg2 | 2 | 900 | Dan | Maus |
| | Ada | Idaweg1 | 3 | 750 | Eva | Vogel |
| | Bob | Idaweg4 | 1 | 300 | Fred | Löwe |
| | Bob | Idaweg5 | 2 | 300 | Gil | Hund |
| | Bob | Idaweg5 | 2 | 300 | Gil | Katze |
| | Bob | Idaweg4 | 3 | 340 | Hal | Katze |

FA: Adresse, Wnr \rightarrow MName, Miete, VName
MName \rightarrow Adresse, Wnr, VName

| VERMIETUNG | VName | Adresse | Wnr | Miete | MName |
|------------------|-------|---------|-----|-------|-------|
| $r_1 = \pi_1(r)$ | Ada | Idaweg3 | 1 | 800 | Cher |
| | Ada | Idaweg2 | 2 | 900 | Dan |
| | Ada | Idaweg1 | 3 | 750 | Eva |
| | Bob | Idaweg4 | 1 | 300 | Fred |
| | Bob | Idaweg5 | 2 | 300 | Gil |
| | Bob | Idaweg4 | 3 | 340 | Hal |

| TIERE | MName | HTier |
|------------------|-------|-------|
| $r_2 = \pi_2(r)$ | Cher | Fisch |
| | Dan | Hund |
| | Dan | Maus |
| | Eva | Vogel |
| | Fred | Löwe |
| | Gil | Hund |
| | Gil | Katze |
| | Hal | Katze |

$$r = r_1 * r_2$$

48[WM] versus 30[VERMIETUNG] + 16[TIERE]

Funktionale Abhängigkeiten

Gegeben seien eine Attributmengung $A = \{A_1, \dots, A_n\}$ und ein Relationenschema $R(A) = R(A_1, \dots, A_n)$

Definition: Eine **funktionale Abhängigkeit (FA)** ist eine spezielle Integritätsbedingung, die syntaktisch durch ein Paar von Teilmengen $X, Y \subseteq A$ beschrieben wird

Notation: $X \rightarrow Y$ wobei X und Y oft ohne Mengenklammern und Kommata notiert werden; gesprochen 'X bestimmt Y'

Beispiel: 'LName Ware \rightarrow LAdr Ware' statt '{LName, Ware} \rightarrow {LAdr, Ware}'; manchmal auch: 'LN, W \rightarrow LA, W'

'LName Ware \rightarrow LAdr Ware' gleichbedeutend mit 'Ware LName \rightarrow Ware LAdr'

Definition: Eine Relation r zum Schema $R(A)$ **erfüllt** die FA $X \rightarrow Y$ gdw. für je zwei Tupel $t_1, t_2 \in r$ gilt:
 $\pi_X(t_1) = \pi_X(t_2) \Rightarrow \pi_Y(t_1) = \pi_Y(t_2)$

Äquivalente IB im Tupelkalkül:

$\forall t_1, t_2 : R (t_1.X = t_2.X \Rightarrow t_1.Y = t_2.Y)$

wobei X, Y Attributmengen und

$t_1.Z = t_2.Z :\Leftrightarrow t_1.B_1 = t_2.B_1 \wedge \dots \wedge t_1.B_m = t_2.B_m$

für $Z = \{B_1, \dots, B_m\}$

Eigenschaften von FAen:

- einfache mathematische Objekte
- entsprechen verallgemeinerten Schlüsselbedingungen
- durch Indexe leicht überwachbar

Beispiel: FA in RA, TK und SQL

LIEF(LN,LA,W,P) mit LN, W \rightarrow P

$\forall l_1, l_2 : LIEF$

$$\pi_{LN,W}(l_1) = \pi_{LN,W}(l_2) \Rightarrow \pi_P(l_1) = \pi_P(l_2)$$

$\forall l_1, l_2 : LIEF$

$$(t_1.LN = t_2.LN \wedge t_1.W = t_2.W \Rightarrow t_1.P = t_2.P)$$

```
SELECT DISTINCT 'FA (LN W -> P) VERLETZT'
```

```
FROM LIEF
```

```
WHERE EXISTS (SELECT *
```

```
FROM LIEF L1, LIEF L2
```

```
WHERE L1.LN=L2.LN AND
```

```
L1.W=L2.W AND
```

```
L1.P<>L2.P)
```

```
UNION
```

```
SELECT DISTINCT 'FA (LN W -> P) ERFUELLT'
```

```
FROM LIEF
```

```
WHERE NOT EXISTS (SELECT *
```

```
FROM LIEF L1, LIEF L2
```

```
WHERE L1.LN=L2.LN AND
```

```
L1.W=L2.W AND
```

```
L1.P<>L2.P)
```

Beispiel: LIEFERANT-Relationen erfüllen noch weitere FAen:

(1) LName \rightarrow LName, LName Ware \rightarrow Ware, ...

(2) LName Ware \rightarrow LAdr, ...

zu (1)

Definition: Eine FA $X \rightarrow Y$ heißt **trivial** gdw. $X \rightarrow Y$ von jeder Relation erfüllt wird

Lemma: FA $X \rightarrow Y$ trivial $\Leftrightarrow X \supseteq Y$

zu (2)

Definition: Es seien F eine Menge von FAen zum Schema $R(A)$ und $X, Y \subseteq A$; ' F **impliziert** $X \rightarrow Y$ ' oder 'unter F ist $X \rightarrow Y$ **gültig**', notiert als $F \models X \rightarrow Y$, gdw. für alle Relationen r gilt: $(r$ erfüllt alle FAen in F) \Rightarrow $(r$ erfüllt $X \rightarrow Y)$

Beispiel:

$\{ \text{LName} \rightarrow \text{LAdr} \} \models \text{LName Ware} \rightarrow \text{LAdr}$

Definition: Abschluß von F :

$F^+ = \{ X \rightarrow Y \mid F \models X \rightarrow Y \}$

Herleitungsregeln

Es gibt System von **Herleitungsregeln**, mit dem sich syntaktisch (ohne Untersuchung von Relationen) beweisen läßt, ob $F \models X \rightarrow Y$ gilt:

Notation: $F \vdash X \rightarrow Y$; ausgesprochen 'X \rightarrow Y herleitbar aus F' oder 'unter F ist X \rightarrow Y herleitbar'

Armstrong–Axiome: $X, Y, Z, W \subseteq A$

I: Anfang: Für alle $X \rightarrow Y \in F : F \vdash X \rightarrow Y$

II: Reflexivität: Für alle $X \supseteq Y : F \vdash X \rightarrow Y$

III: Expansivität: Für alle X, Y, W, Z mit
 $W \supseteq Z : F \vdash X \rightarrow Y \Rightarrow F \vdash XW \rightarrow YZ$
 $XW = X \cup W; \quad YZ = Y \cup Z$

IV: Transitivität: Für alle X, Y, Z :

$F \vdash X \rightarrow Y$ und $F \vdash Y \rightarrow Z \Rightarrow F \vdash X \rightarrow Z$

Definition: Hülle von F : $F^* := \{X \rightarrow Y \mid F \vdash X \rightarrow Y\}$

Satz: Für beliebige F und X, Y gilt:

$F \vdash X \rightarrow Y \Leftrightarrow F \models X \rightarrow Y$

D.h. obige Regeln bilden ein **konsistentes** (\Rightarrow) und **vollständiges** (\Leftarrow) Herleitungssystem

Kurz: Für beliebiges F gilt: $F^* = F^+$

Beispiel:

$$F = \{ A W \rightarrow MN M VN (1), MN \rightarrow A W VN (2) \}$$

nach I:

$$F \vdash A W \rightarrow MN M VN$$

$$F \vdash MN \rightarrow A W VN$$

nach II:

$$F \vdash A W MN M VN \rightarrow MN VN$$

...

nach III:

$$F \vdash A W MN \rightarrow MN M VN$$

aus (1) mit $Z=\emptyset$, $W=\{MN\}$

$$F \vdash MN M VN \rightarrow A W MN M VN$$

aus (2) mit $Z=W=\{MN, M, VN\}$

...

nach IV:

$$(F \vdash MN \rightarrow A W) \text{ und } (F \vdash A W \rightarrow M) \text{ dann}$$
$$(F \vdash MN \rightarrow M)$$

...

Weitere Herleitungsregeln sind aus den gegebenen Herleitungsregeln ableitbar:

(1) Mit $W \rightarrow XY$ gilt auch $W \rightarrow X$ und $W \rightarrow Y$

Beweis: $W \rightarrow XY$ und $XY \rightarrow X$ (Reflexivität) lassen sich mittels Transitivität zu $W \rightarrow X$ zusammensetzen. Analog für $W \rightarrow Y$. QED

(2) Mit $W \rightarrow X$ und $Y \rightarrow Z$ gilt auch $WY \rightarrow XZ$

Beweis: Aus $W \rightarrow X$ folgt $WY \rightarrow XY$ mittels Expansivität. Aus $Y \rightarrow Z$ folgt $XY \rightarrow XZ$ mittels Expansivität. Mittels Transitivität ergibt sich $WY \rightarrow XZ$. QED

Weitere mögliche Gesetze: entweder beweisen oder widerlegen

- Symmetrie von FAen

$$W \rightarrow X \Rightarrow X \rightarrow W$$

- Vereinigung von FAen:

$$W \rightarrow X \wedge Y \rightarrow Z \Rightarrow W \cup Y \rightarrow X \cup Z$$

- Durchschnitt von FAen:

$$W \rightarrow X \wedge Y \rightarrow Z \Rightarrow W \cap Y \rightarrow X \cap Z$$

- Differenz von FAen:

$$W \rightarrow X \wedge Y \rightarrow Z \Rightarrow W - Y \rightarrow X - Z$$

- Symmetrische Differenz von FAen:

$$W \rightarrow X \wedge Y \rightarrow Z \Rightarrow W \Delta Y \rightarrow X \Delta Z$$

$$A \Delta B := (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

- Addition einer Attributmeng

$$W \rightarrow X \Rightarrow W \cup Y \rightarrow X \cup Y$$

- Durchschnitt mit einer Attributmeng

$$W \rightarrow X \Rightarrow W \cap Y \rightarrow X \cap Y$$

- Subtraktion einer Attributmeng

$$W \rightarrow X \Rightarrow W - Y \rightarrow X - Y$$

- Symmetrische Subtraktion einer Attributmeng

$$W \rightarrow X \Rightarrow W \Delta Y \rightarrow X \Delta Y$$

- Subtraktion einer FA

$$W \rightarrow X \Rightarrow Y - W \rightarrow Y - X$$

- Symmetrische Subtraktion einer FA

$$W \rightarrow X \Rightarrow Y \Delta W \rightarrow Y \Delta X$$

Herleitbarkeit ist entscheidbar

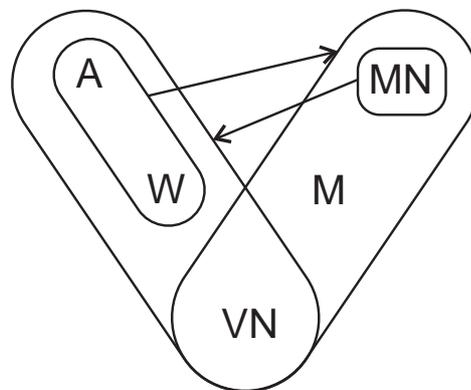
Verfahren: Gegeben F und $X \rightarrow Y$

Entscheide ob $F \vdash X \rightarrow Y$ gilt

1. $Z := X$
2. repeat
 for each $U \subseteq Z, U \rightarrow V \in F$ do $Z := Z \cup V$
until Z unverändert /* $Z = X^*$ */
3. Teste $Y \subseteq Z$ /* $X \rightarrow Y \in F^*$ gdw. $Y \subseteq X^*$ */

Bezeichnung: X^* := Hülle von X ; maximale, von X aus erreichbare Attributmenge

Darstellung: Menge von FAen dargestellt als Graph mit Knoten=Attributmengen und Kanten=FAen



Beispiel:

$$\begin{aligned} \{ MN \}^* &= \{ A, W, MN, M, VN \} \\ \{ A, W \}^* &= \{ A, W, MN, M, VN \} \\ \{ M \}^* &= \{ M \} \\ \{ A \}^* &= \{ A \} \end{aligned}$$

Minimale Überdeckungen

Zu einer Menge F von FAen gibt es eine minimale, nicht notwendigerweise eindeutige Überdeckung
 $G = \text{MinCover}(F)$

Definition: G **Überdeckung** von F gdw. $G^* = F^*$

G **minimal** gdw. für alle $X \rightarrow Y \in G$ gilt:

- (i) $|Y| = 1$
(Rechte Seiten einelementig)
- (ii) $(Z \subseteq X \wedge G \vdash Z \rightarrow Y) \Rightarrow Z = X$
(Linke Seiten nicht redundant)
- (iii) $G - \{X \rightarrow Y\} \not\vdash X \rightarrow Y$
(G nicht redundant)

Verfahren: Konstruktion einer minimalen Überdeckung

0. $G := F$
1. for each $X \rightarrow Y \in G, Y = B_1 \dots B_m$ do
 $G := G - \{X \rightarrow Y\} \cup \{X \rightarrow B_1, \dots, X \rightarrow B_m\}$
2. repeat
 for each $X \rightarrow Y \in G, Z \subset X$ do
 if $G \vdash Z \rightarrow Y$ then
 $G := G - \{X \rightarrow Y\} \cup \{Z \rightarrow Y\}$
 until G unverändert
3. for each $X \rightarrow Y \in G$ do
 if $G - \{X \rightarrow Y\} \vdash X \rightarrow Y$ then
 $G := G - \{X \rightarrow Y\}$

Beispiele zu minimalen Überdeckungen

| | | |
|---------|--|-----------|
| nach 0. | $A W \rightarrow MN$ $MN \rightarrow A W VN$ | |
| nach 1. | $A W \rightarrow MN$ $A W \rightarrow M$ $A W \rightarrow VN$ $MN \rightarrow A$ $MN \rightarrow W$ $MN \rightarrow VN$ | ableitbar |
| nach 2. | – unverändert – | |
| nach 3. | $A W \rightarrow MN$ $A W \rightarrow M$ $MN \rightarrow A$ $MN \rightarrow W$ $MN \rightarrow VN$ | |

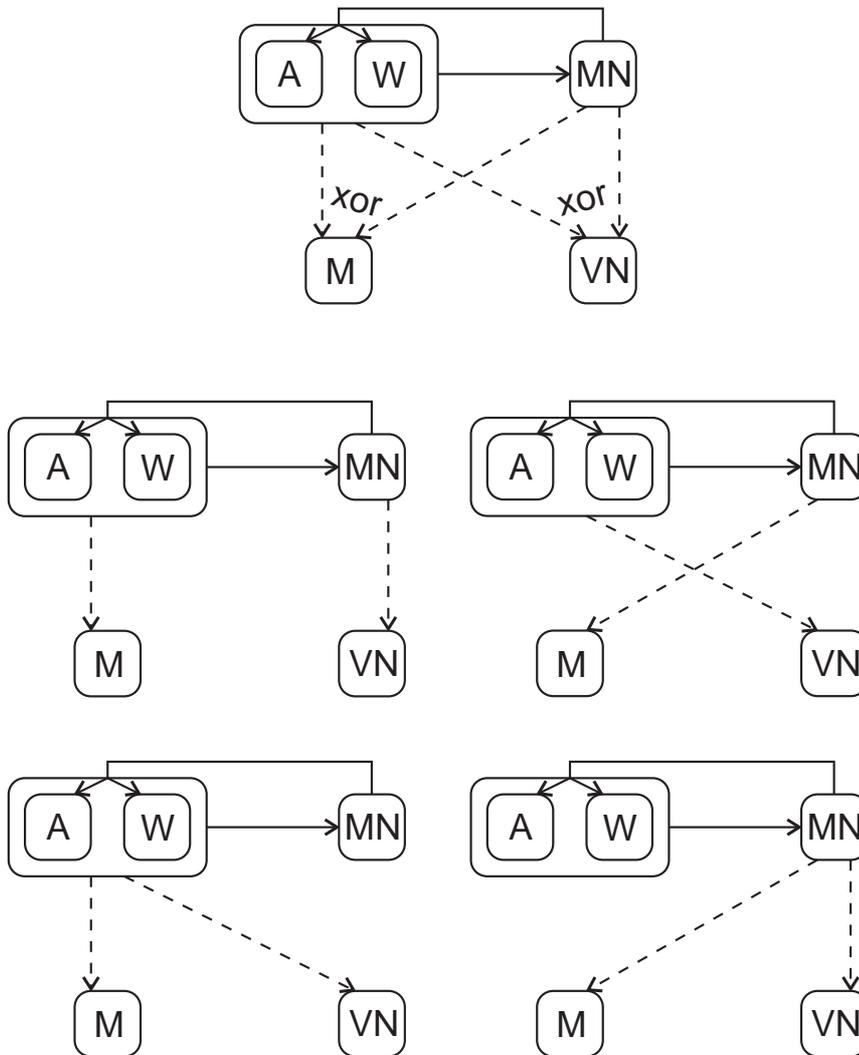
...

| | |
|----------------|---|
| nach 0. | $A \rightarrow B$ $B \rightarrow C$ $C \rightarrow A$ |
| | $B \rightarrow A$ $C \rightarrow B$ $A \rightarrow C$ |
| nach 1. und 2. | – unverändert – |
| nach 3. | $A \rightarrow B$ $B \rightarrow C$ $C \rightarrow A$ |
| oder | |
| nach 3. | $B \rightarrow A$ $C \rightarrow B$ $A \rightarrow C$ |

...

Beispiel: minimale Überdeckungen

WOHNUNGSMARKT



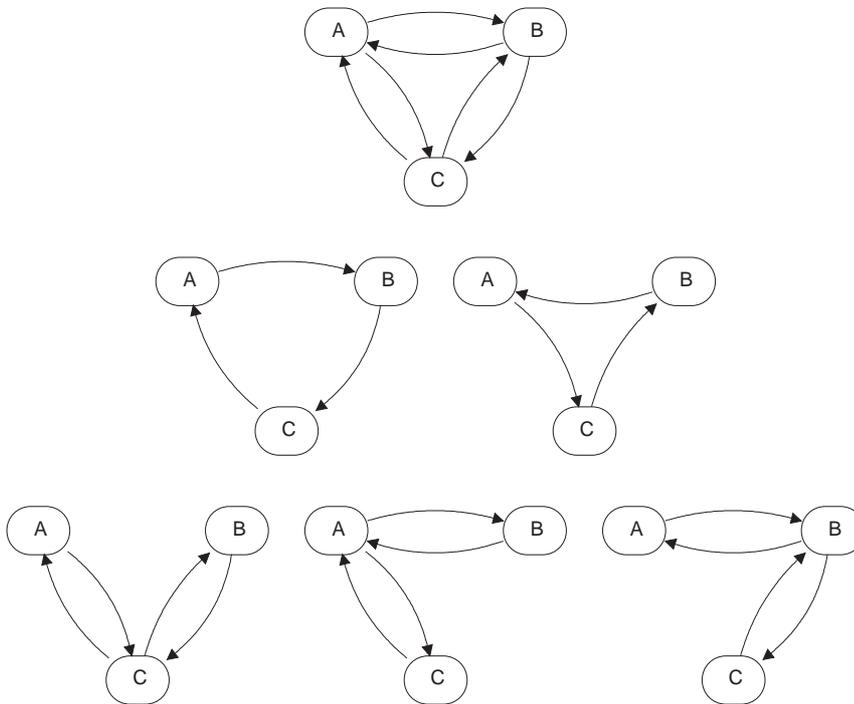
Oben: Erzeugendenmenge für die unten angegebenen 4 minimalen Überdeckungen

Mitte: 2 minimale Überdeckungen

Unten: 2 weitere minimale Überdeckungen

keine weiteren minimale Überdeckungen

Beispiel: minimale Überdeckungen



Oben: gegebene Menge von FAen

Mitte: zwei minimale Überdeckungen

Unten: drei weitere minimale Überdeckungen

keine weiteren minimalen Überdeckungen

obiges Verfahren hängt z.B. ab von der Reihenfolge der Auswahl der FAen in Schritt 3

Mitte links erzeugt von:

$B \rightarrow A, C \rightarrow B, A \rightarrow C, A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow A$

Mitte rechts erzeugt von:

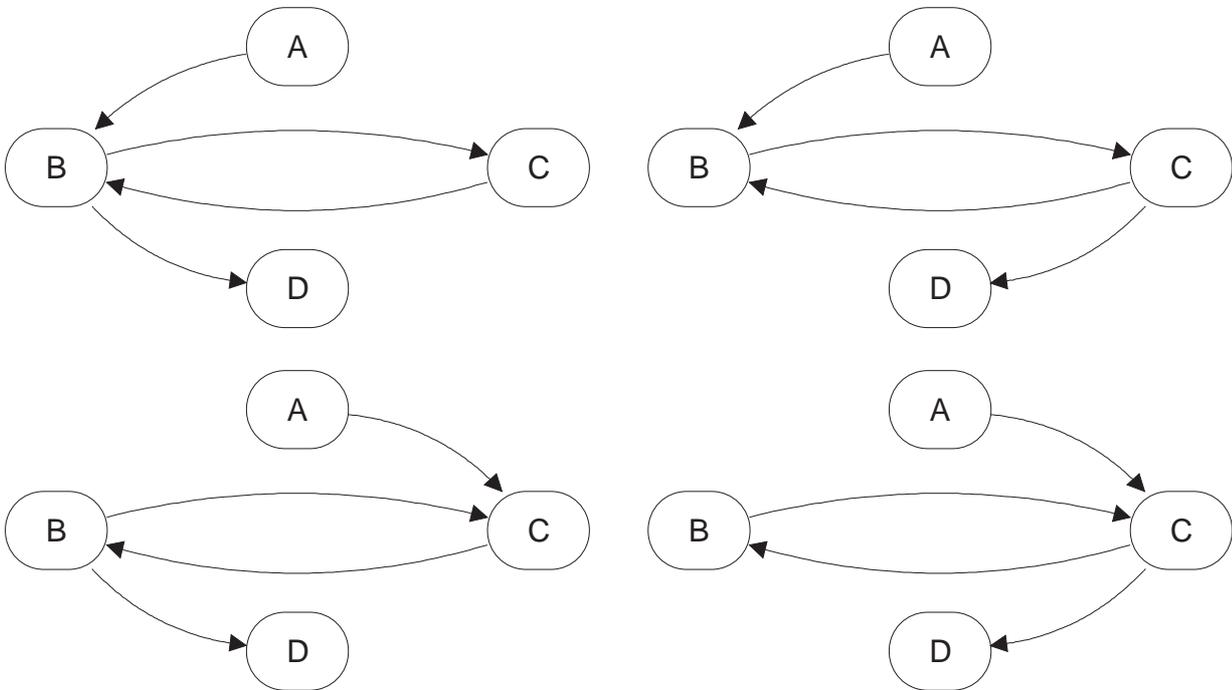
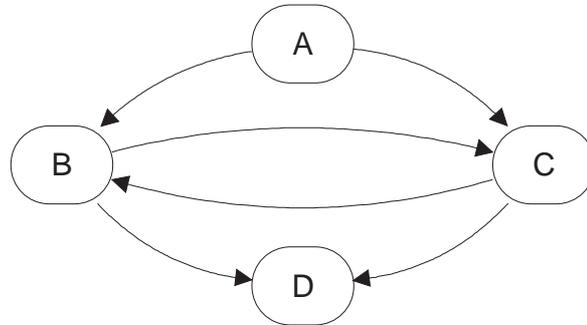
$A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow A, B \rightarrow A, C \rightarrow B, A \rightarrow C$

Unten links erzeugt von: ...

Unten mitte erzeugt von: ...

Unten rechts erzeugt von: ...

Beispiel: minimale Überdeckungen



Oben: gegebene Menge von FAen

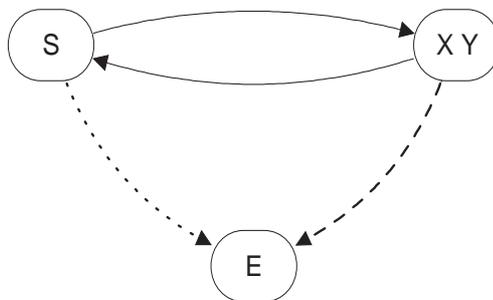
Mitte: zwei minimale Überdeckungen

Unten: zwei weitere minimale Überdeckungen

keine weiteren minimalen Überdeckungen

Beispiel: minimale Überdeckungen

STADT(S,X,Y,E), { $S \rightarrow X Y$, $X Y \rightarrow S$, $S \rightarrow E$ }



minimale Überdeckungen:

{ $S \rightarrow X$, $S \rightarrow Y$, $X Y \rightarrow S$, $S \rightarrow E$ }

{ $S \rightarrow X$, $S \rightarrow Y$, $X Y \rightarrow S$, $X Y \rightarrow E$ }

keine weiteren minimalen Überdeckungen

Schlüssel und Determinanten

Definition: $X \subseteq A$ heißt **Schlüsselkandidat** oder auch kurz **Schlüssel** von $R(A)$ bzgl. F gdw.

(i) $F \models X \rightarrow A$ und

(ii) $F \models Y \rightarrow A \wedge Y \subseteq X \Rightarrow Y = X$

d.h. X ist minimale Attributmengung mit $X \rightarrow A$

Definition: Seien $X_1, \dots, X_k \subseteq A$ alle Schlüsselkandidaten von $R(A)$ bzgl. F ; $A_i \in A$ heißt **Nicht-Schlüssel-Attribut** (NSA), gdw.

$A_i \notin X_1 \cup \dots \cup X_k$

Definition: Seien $D \subseteq A, Y \in A, Y \notin D$; D heißt **Determinante** von Y in $R(A)$ bzgl. F gdw.

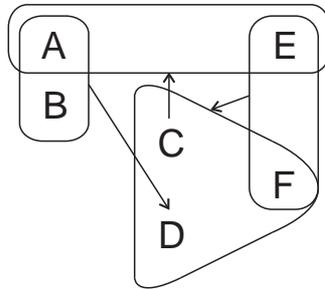
(i) $F \models D \rightarrow Y$ und

(ii) $F \models C \rightarrow Y \wedge C \subseteq D \Rightarrow C = D$

Forderung (i) besagt, dass D das Attribut Y determiniert und Forderung (ii) besagt, dass D das Attribut Y minimal determiniert

Beispiel: FA-Menge und Schlüssel

Gegebene FA-Menge



nach 1.

$A B \rightarrow D$

$C \rightarrow A$

$C \rightarrow E$

$E F \rightarrow C$

$E F \rightarrow D$

$E F \rightarrow F$

nach 3.

$A B \rightarrow D$

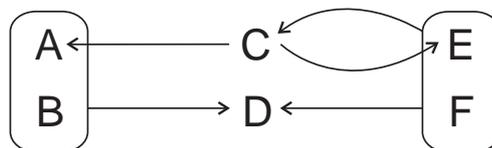
$C \rightarrow A$

$C \rightarrow E$

$E F \rightarrow C$

$E F \rightarrow D$

minimale Überdeckung



Schlüssel: $\{ B, C, F \}$, $\{ B, E, F \}$

NSAen: $\{ A, D \}$

Normalformen

Gegeben seien Relationenschema $R(A)$ und FAen F

Definition: $R(A)$ ist in **n-ter Normalform** (1NF, 2NF, 3NF) bzgl. F gdw ...

1NF: Alle Attributwerte sind atomar, d.h. nicht selbst Mengen von Werten

2NF: Kein NSA Z hängt partiell von einem Schlüssel X ab, d.h. $\neg \exists Y (Y \subset X \wedge Y \rightarrow Z)$ mit $Y \rightarrow Z$ nicht trivial

3NF: Kein NSA Z hängt transitiv von einem Schlüssel X ab, d.h. $\neg \exists Y (X \rightarrow Y \wedge Y \rightarrow Z)$ mit $Y \rightarrow Z$ nicht trivial und $X \not\leftarrow Y$

Satz: $R(A)$ ist in 3NF bzgl. F gdw. alle Determinanten von allen Nicht-Schlüssel-Attributen Schlüssel sind

Definition: $R(A)$ ist in **Boyce-Codd-Normalform** (BCNF) bzgl. F gdw. alle Determinanten von allen Attributen Schlüssel sind

Überblick: 1NF \Leftarrow 2NF \Leftarrow 3NF \Leftarrow BCNF

Beispiele: Normalformen, Schlüssel, Determinanten

- LIEFERANT(LName, LAdr, Ware, Preis)

LName \rightarrow LAdr

LName Ware \rightarrow Preis

Schlüsselkandidaten: - { LName, Ware }

Werte atomar, deswegen **in 1NF**; aber es gibt partielle Abhängigkeit 'LName \rightarrow LAdr', deswegen nicht in 2NF

- LIEFORT(LName, LAdr, LOrt)

LName \rightarrow LAdr

LAdr \rightarrow LOrt

Schlüsselkandidaten: - { LName }

keine partielle Abhängigkeit, deswegen **in 2NF**; aber es gibt transitive Abhängigkeit, deswegen nicht in 3NF; Determinante von NSA LOrt ist LAdr; LAdr kein Schlüssel

- SSP(Stadt, StrasseNr, Plz)

Stadt StrasseNr \rightarrow Plz

Plz \rightarrow Stadt

Schlüsselkandidaten: - { Stadt, StrasseNr }
- { Plz, StrasseNr }

keine NSAe, deswegen **in 3NF**; aber Plz Determinante von Stadt, deswegen nicht in BCNF

- STADT(SName,X,Y,EinwAnz)

SName \rightarrow X, Y

X, Y \rightarrow SName

SName \rightarrow EinwAnz

Schlüsselkandidaten: - { SName }
- { X, Y }

Determinanten von Attributen sind Schlüsselkandidaten, deswegen **in BCNF**

| Attribut | | Determinanten |
|----------|--------------|---------------------|
| SName | \leftarrow | { X, Y } |
| X | \leftarrow | { SName } |
| Y | \leftarrow | { SName } |
| EinwAnz | \leftarrow | { SName }, { X, Y } |

Überblick Normalformen

| Kriterium | NF | Beispiel |
|--|------|-----------|
| Attributewerte atomar | 1NF | LIEFERANT |
| keine partiellen Abhängigkeiten von NSAen | 2NF | LIEFORT |
| keine transitiven Abhängigkeiten von NSAen = Determinanten von NSAen sind Schlüssel | 3NF | SSP |
| Determinanten von Attributen sind Schlüssel | BCNF | STADT |

Definition: Zerlegung

$$\begin{array}{l}
 R(A) \mapsto R_1(B_1), R_2(B_2) \\
 F \mapsto F_1, F_2
 \end{array}
 \quad \text{mit } A = B_1 \cup B_2$$

mit $F_i = \{X \rightarrow Y \mid F \models X \rightarrow Y \text{ und } X, Y \subseteq B_i\}$
 (oder Erzeugendenmenge)

Beispiel

| SSP | Stadt | StrasseNr | Plz |
|-----|-------|-----------|-------|
| | HB | Idaweg12 | 28203 |
| | HH | Idaweg12 | 22767 |

Projektion π ↙ ↘

| SS | Stadt | StrasseNr | SP | StrasseNr | Plz |
|----|-------|-----------|----|-----------|-------|
| | HB | Idaweg12 | | Idaweg12 | 28203 |
| | HH | Idaweg12 | | Idaweg12 | 22767 |

Verbund * ↘ ↙

| SSP | Stadt | StrasseNr | Plz |
|-----|-------|-----------|-------|
| | HB | Idaweg12 | 28203 |
| | HB | Idaweg12 | 22767 |
| | HH | Idaweg12 | 28203 |
| | HH | Idaweg12 | 22767 |

Äquivalenzkriterien

Verlustlosigkeit

Definition: Die Zerlegung $(R(A), F) \Rightarrow (R_1(B_1), F_1; R_2(B_2), F_2)$ ist **verlustlos** gdw. für alle Relationen r zu $R(A)$, die F erfüllen, gilt: $r = \pi_{B_1}(r) * \pi_{B_2}(r)$

Bemerkung: Generell gilt $r \subseteq \pi_{B_1}(r) * \pi_{B_2}(r)$ und ...

Beispiel: Zerlegung von SSP

... $r_1 \supseteq \pi_{B_1}(r_1 * r_2)$ und $r_2 \supseteq \pi_{B_2}(r_1 * r_2)$

Beispiel: $R_1(A, B)$ mit $r_1 = \{(a, b), (a, b_1)\}$ und

$R_2(B, C)$ mit $r_2 = \{(b, c), (b_2, c)\}$

$\pi_{A,B}(r_1 * r_2) = \{(a, b)\}$ und $\pi_{B,C}(r_1 * r_2) = \{(b, c)\}$

Satz: Die obige Zerlegung verlustlos gdw.

(1) $F \models B_1 \cap B_2 \rightarrow B_1 - B_2$ oder

(2) $F \models B_1 \cap B_2 \rightarrow B_2 - B_1$

Erhaltung von funktionalen Abhängigkeiten

Definition: Die obige Zerlegung **erhält die FAen** F

gdw. gilt: $F_1 \cup F_2 \models F$

d.h. für alle Relationen r zu $R(A)$ gilt:

$\pi_{B_i}(r)$ erfüllt F_i ($i = 1, 2$) $\Rightarrow r$ erfüllt F

Beispiele: verlustlose und FA-erhaltende Zerlegungen

- SSP(Stadt, StrasseNr, Plz),
{ Stadt StrasseNr \rightarrow Plz, Plz \rightarrow Stadt }

SS(Stadt,StrasseNr), \emptyset

SP(StrasseNr,Plz), \emptyset

nicht verlustlos: weder StrasseNr \rightarrow Stadt
noch StrasseNr \rightarrow Plz

$$B_1 \cap B_2 = \{ \text{StrasseNr} \}$$

$$B_1 - B_2 = \{ \text{Stadt} \}$$

$$B_2 - B_1 = \{ \text{Plz} \}$$

nicht FA-erhaltend (beide FAen verloren)

- LIEFERANT(LName,LAdr,Ware,Preis)
{ LName \rightarrow LAdr, LName Ware \rightarrow Preis }
LIEFERANT'(LName,LAdr), { LName \rightarrow LAdr }
ANGEBOT(LName,Ware,Preis),
{ LName Ware \rightarrow Preis }

verlustlos: LName \rightarrow LAdr

$$B_1 \cap B_2 = \{ \text{LName} \}$$

$$B_1 - B_2 = \{ \text{LAdr} \}$$

$$B_2 - B_1 = \{ \text{Ware, Preis} \}$$

FA-erhaltend

- STUD(Matnr, LoginId, Name)
 $\{ \text{Matnr} \rightarrow \text{Name}, \text{LoginId} \rightarrow \text{Name} \}$
ML(Matnr, LoginId), \emptyset
LN(LoginId, Name), $\{ \text{LoginId} \rightarrow \text{Name} \}$

verlustlos: LoginId \rightarrow Name

$$B_1 \cap B_2 = \{ \text{LoginId} \}$$

$$B_1 - B_2 = \{ \text{Matnr} \}$$

$$B_2 - B_1 = \{ \text{Name} \}$$

nicht FA-erhaltend (FA Matnr \rightarrow Name verloren)

- STUD(LoginId, Name, Abschluss, MinSemAnz)
 $\{ \text{LoginId} \rightarrow \text{Name}, \text{Abschluss} \rightarrow \text{MinSemAnz} \}$
LNM(LoginId, Name, MinSemAnz),
 $\{ \text{LoginId} \rightarrow \text{Name} \}$
AM(Abschluss, MinSemAnz),
 $\{ \text{Abschluss} \rightarrow \text{MinSemAnz} \}$

nicht verlustlos:

weder MinSemAnz \rightarrow LoginId Name noch

MinSemAnz \rightarrow Abschluss

$$B_1 \cap B_2 = \{ \text{MinSemAnz} \}$$

$$B_1 - B_2 = \{ \text{LoginId}, \text{Name} \}$$

$$B_2 - B_1 = \{ \text{Abschluss} \}$$

FA-erhaltend

Normalisierung in 3NF

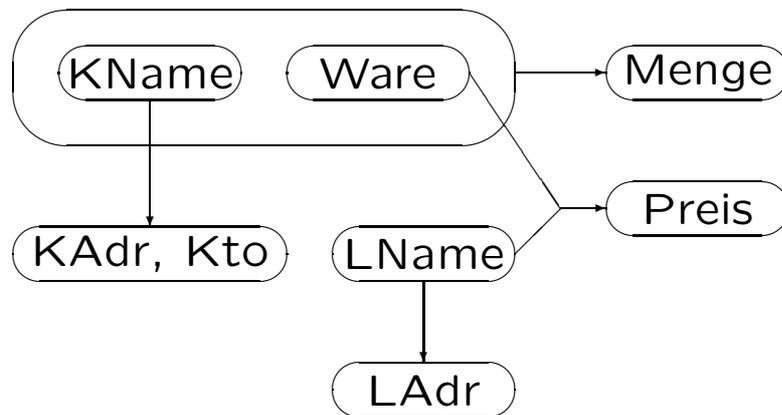
Satz: Seien $R(A)$ ein Relationenschema und F eine Menge von FAen über A ; dann gibt es immer eine Zerlegung $(R_i(B_i), F_i)_{i=1}^m$ von $(R(A), F)$, so daß gilt:

- (1) Die Zerlegung ist verlustlos
- (2) Die FAen werden erhalten
- (3) Jedes Relationenschema $R_i(B_i)$ ist in 3NF bzgl. F_i

Synthese-Verfahren für 3NF-Schemata

0. Berechne eine minimale Überdeckung G von F
keine FA in G folgt aus anderen FAen in G ;
in jeder FA $X \rightarrow Y$ enthält X keine überflüssigen Attribute
und Y ist einelementige Menge;
für alle FAen $X \rightarrow Y$ gilt: $F \models X \rightarrow Y \Leftrightarrow G \models X \rightarrow Y$, d.h.
 $F^+ = G^+$
1. Falls $X \rightarrow Y \in G$ mit $X \cup Y = A$, so ist $R(A)$ in 3NF bzgl. F
2. Sonst gruppier die FAen aus G nach gleicher linker Seite und definiere zu jeder Gruppe $F_i := \{D \rightarrow C_1, D \rightarrow C_2, \dots, D \rightarrow C_r\}$ ein Relationen-Schema $R_i(B_i)$ mit $B_i = D \cup C_1 \cup \dots \cup C_r$; $R_i(B_i)$ ist in 3NF bzgl. F_i
3. Falls noch kein Schlüssel von $R(A)$ in einem der $R_i(B_i)$ enthalten ist, füge einen Schlüssel X von $R(A)$ als weiteres Schema $R'(X)$ hinzu

Beispiel: Synthese-Verfahren



0. Minimale Überdeckung

$KName \rightarrow KAdr, KName \rightarrow Kto$

$KName \text{ Ware} \rightarrow Menge$

$LName \rightarrow LAdr$

$LName \text{ Ware} \rightarrow Preis$

1. Schritt nicht anwendbar

2. $KUNDE(\underline{KName}, KAdr, Kto)$
 $AUFTRAG(\underline{KName}, \underline{Ware}, Menge)$
 $LIEFERANT'(\underline{LName}, LAdr)$
 $ANGEBOT(\underline{LName}, \underline{Ware}, Preis)$

3. Schlüssel: $KName, Ware, LName$
 $BEZUG(\underline{KName}, \underline{Ware}, \underline{LName})$

Normalisierung in BCNF: Zerlegungs-Verfahren

Eingabe: $S = \langle (R(A), F) \rangle$

Ausgabe: $T = \langle (R_i(B_i), F_i) \mid i = 1, \dots, m \rangle$ in BCNF (3NF), verlustlos; jedoch nicht immer FA-erhaltend (0)

1. $T := \{S\}$
2. solange T nicht in BCNF [3NF]: wähle Teilschema $(Q(C), G) \in T$, das nicht in BCNF [3NF] ist, und eine Determinante X eines Attributes [NSA] Y , die kein Schlüssel ist (1)

d.h. insbesondere $X \rightarrow Y \in G^*$ und $X \cap Y = \emptyset$

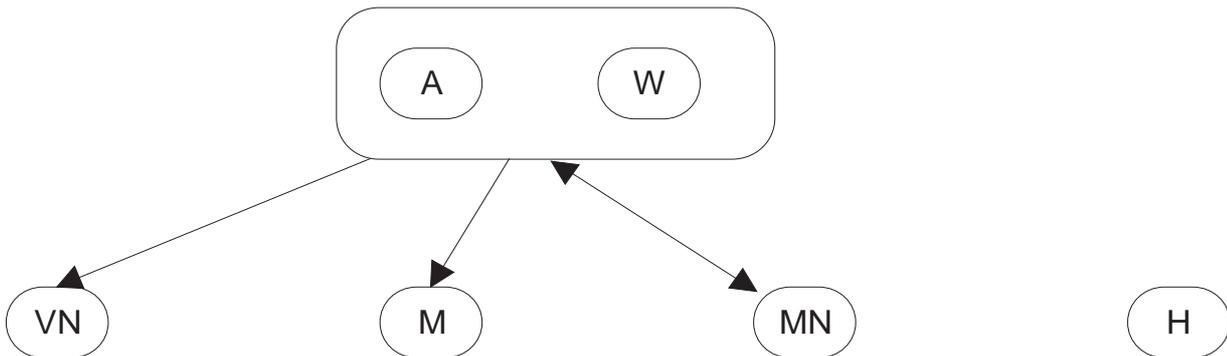
$$T := T - \{ (Q(C), G) \} \cup \left\{ \begin{array}{l} (Q_1(X \cup Y), G(X \cup Y)) \\ (Q_2(C - Y), G(C - Y)) \end{array} \right\} \cup \quad (2/3)$$

Anmerkungen:

- (0) Für nur 3NF gibt es auch eine FA-erhaltende Variante des Verfahrens
- (1) Determinanten sind aus einer minimalen Überdeckung von G ablesbar
- (2) Anwendung des Zerlegungssatzes
- (3) Mehr FAen werden erhalten, wenn eine minimale Überdeckung der Projektion von G^* auf $X \cup Y$ gebildet wird; also statt $G(X \cup Y)$ besser $MinCover(\pi_{X \cup Y}(G^*))$; für $C - Y$ analog

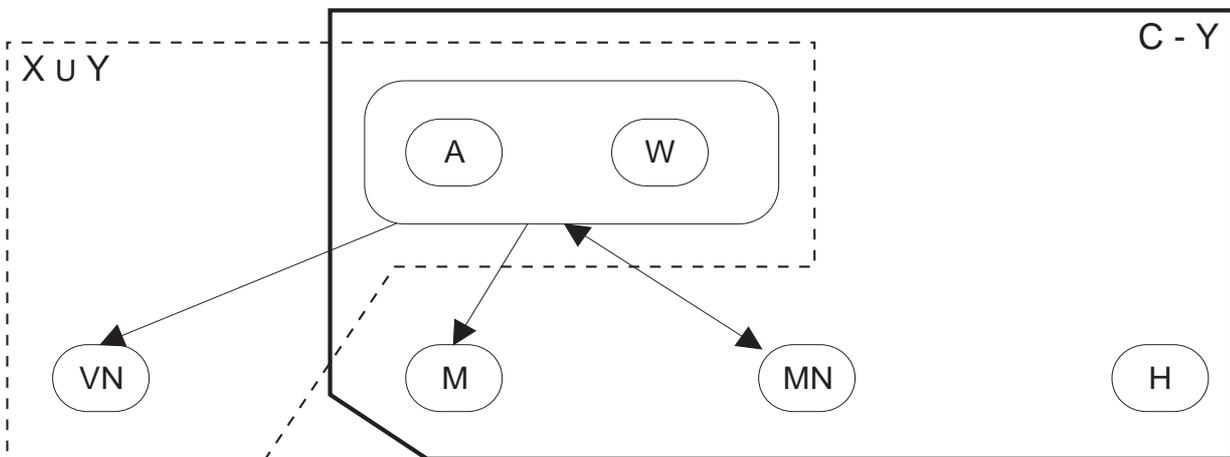
Beispiel: Zerlegungs-Verfahren

minimale Überdeckung (1 von 4)



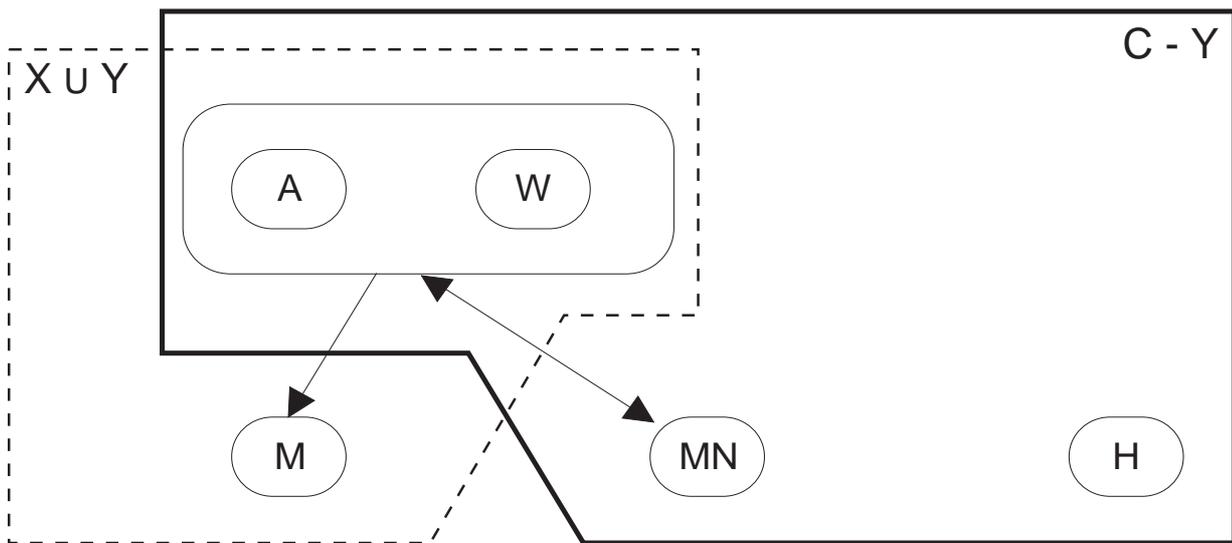
Schlüsselkandidaten: { A, W, H }, { MN, H }

mittels 'A W → VN' zerlegen



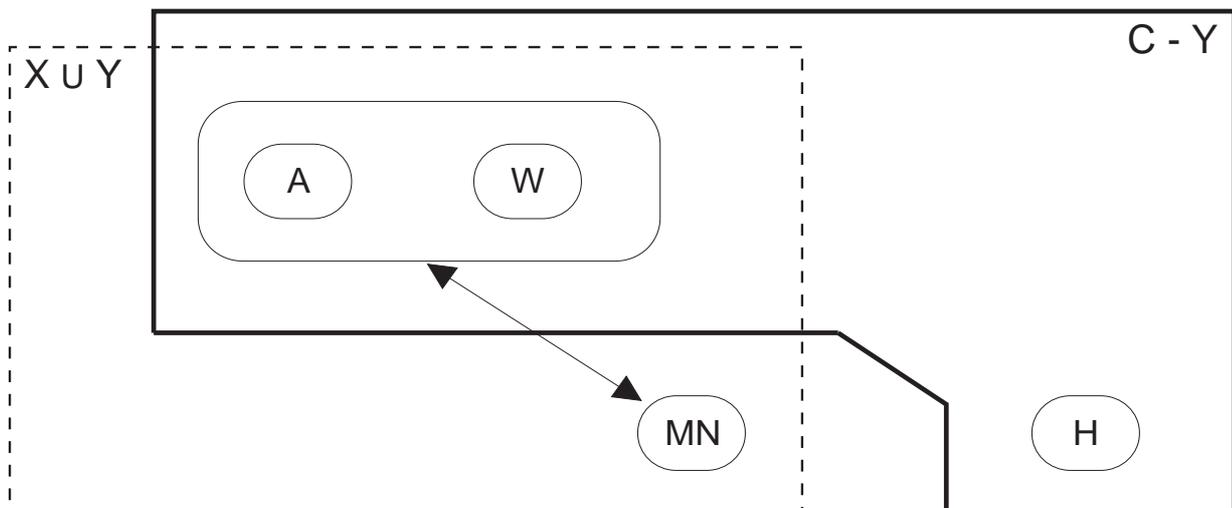
entstehendes Relationenschema:
VERMIETER(A, W, VN)

Rest C-Y (fett umrandet) mittels 'A W → M' zerlegen



entstehendes Relationenschema: MIETEN(A, W, M)

Rest C-Y (fett umrandet) mittels 'A W → MN'
zerlegen



entstehendes Relationenschema:
MIETER(A, W, MN) oder MIETER(A, W, MN)

entstehendes Relationenschema: TIERE(A, W, H)

nicht minimale Anzahl von Relationenschemata:
VERMIETER und MIETEN zusammenfassbar

Beispiel: Zerlegungs-Verfahren

- SSP(Stadt, StrasseNr, Plz)
Stadt StrasseNr \rightarrow Plz
Plz \rightarrow Stadt
Schlüsselkandidaten: - { Stadt, StrasseNr }
- { Plz, StrasseNr }
- einzig mögliche Wahl für X und Y: Plz \rightarrow Stadt
- entstehende Relationenschemata
SP1(Stadt, Plz), { Plz \rightarrow Stadt }
SP2(StrasseNr, Plz), \emptyset
- in BCNF
aber FA 'Stadt StrasseNr \rightarrow Plz'
verlorengegangen
Zerlegung damit verlustlos aber nicht
FA-erhaltend
- **BCNF und FA-Erhaltung sind unvereinbar**

Motivation 4NF

| SFSBL | Schulfach | Schulbuch | Lehrer |
|-------|-----------|----------------|--------|
| | Mathe | BooleFunctions | Meier |
| | Mathe | RusselLogic | Meier |
| | Mathe | BooleFunctions | Schmid |
| | Mathe | RusselLogic | Schmid |
| | Philo | RusselLogic | Meier |

Im obigen Zustand ist keine der 9 möglichen nicht-trivialen FAen gültig:

z.B. gilt nicht: Schulfach \rightarrow Schulbuch wegen
 (Mathe,BooleFunctions,...) und
 (Mathe,RusselLogic,...)

z.B. gilt nicht: Schulfach Schulbuch \rightarrow Lehrer wegen
 (Mathe,BooleFunctions,Meier) und
 (Mathe,BooleFunctions,Schmid)

Für obiges Relationschema also Menge der FAen leer;
 Schlüssel besteht damit aus Gesamtattributmengde;
 damit in BCNF; dennoch Redundanz

| SFSB | Schulfach | Schulbuch |
|------|-----------|----------------|
| | Mathe | BooleFunctions |
| | Mathe | RusselLogic |
| | Philo | RusselLogic |

| SFL | Schulfach | Lehrer |
|-----|-----------|--------|
| | Mathe | Meier |
| | Mathe | Schmid |
| | Philo | Meier |

Information in SFSBL mit 15 Zeichenketten
 dargestellt, in SFSB und SFL mit 12 Zeichenketten

Es gelten mehrwertige Abhängigkeiten:
 Schulfach \twoheadrightarrow Schulbuch, Schulfach \twoheadrightarrow Lehrer

Normalisierung in 4NF

4NF: BCNF und es gibt keine mehrwertige Abhängigkeit (MA) $X \twoheadrightarrow Y$

Idee der MAen: Jeder X -Wert bestimmt eine Menge von Y -Werten unabhängig vom Kontext, d.h. unabhängig von den weiteren Attributen

Beispiel: Schulfach \twoheadrightarrow Schulbuch unabhängig vom Attribut Lehrer, Schulfach \twoheadrightarrow Lehrer unabhängig vom Attribut Schulbuch

Definition: Es seien X, Y disjunkt und es gelte $X \cup Y \cup Z = A$ in $R(A)$ mit $Z \neq \emptyset$ und Z disjunkt zu $X \cup Y$; eine MA $X \twoheadrightarrow Y$ ist gültig gdw. für jede Relation r gilt: $r = \pi_{XY}(r) * \pi_{XZ}(r)$

Bemerkung: Zur 4NF gibt es Zerlegungs-Verfahren, die Verlustlosigkeit und (für konfliktfreie MAen) auch Erhaltung der Abhängigkeiten garantieren

... und ein Artikel von Kent heisst:

'A Simple Guide to **Five** Normal Forms ... '