Relationale Algebra

Grundoperationen

Gegeben: $R(A_1, ..., A_n), B(B_1, ..., B_m)$

- Vereinigung $R \cup S$

  Voraussetzung: R und S verträglich, d.h. $Rang(R) = Rang(S)$ und A_i und B_i haben gleiche Wertebereiche für alle i

  Ergebnisschema: $R'(A_1, ..., A_n)$

  Ergebnisrelation:
  $R' :=$ Mengenvereinigung von R und S

- Differenz $R - S$

  Vorausetzung: wie $R \cup S$

  Ergebnisschema: wie $R \cup S$

  Ergebnisrelation:
  $R' :=$ Mengendifferenz von R und S

- Kartesisches Produkt

  Vorausetzung: $\{A_1, ..., A_n\} \cap \{B_1, ..., B_m\} = \emptyset$

  Ergebnisschema: $R'(A_1, ..., A_n, B_1, ..., B_m)$

  Ergebnisrelation: $R' := \{r \circ s | r \in R \wedge s \in S\}$

  $r \circ s := (r_1, ..., r_n, s_1, ..., s_m)$ für
  $r = (r_1, ..., r_n) \in R$ und $s = (s_1, ..., s_m) \in S$

- Projektion $\pi_{\overline{A}}(R)$

  Vorausetzung: $\overline{A} = (A_{i_1}, ..., A_{i_k})$ mit
  $1 \leq i_1, ..., i_k \leq Rang(R)$

Ergebnisschema: $R'(A_{i_1}, ..., A_{i_k})$

Ergebnisrelation: $R' := \{\pi_{i_1,...,i_k}(r) | r \in R\}$

$\pi_{i_1,...,i_k}(r) := (r_{i_1}, ..., r_{i_k})$ für $r = (r_1, ..., r_n)$

- Selektion $\sigma_\varphi(R)$

  Vorausetzung: φ ist atomare Formel $\Theta(u_1, ..., u_n)$; $u_1, ..., u_n$ sind Konstanten, Attributenamen oder Terme darüber; Θ ist boolesche Operation, wie Vergleiche $=, \neq, <, \leq, >, \geq$ oder andere boolesche Abfragen

  Ergebnisschema: $R'(A_1, ..., A_n)$

  Ergebnisrelation: $R' := \{r | r \in R \wedge \varphi$ ergibt nach Ersetzung der Attributnamen A_i durch Komponenten r_i den Wahrheitswert TRUE$\}$

- Umbenennung $\delta_{C \leftarrow A_i}(R)$

  Voraussetzung: C Attributname mit $C \notin \{A_1, ..., A_n\}$

  Ergebnisschema: $R'(A_1, ..., A_{i-1}, C, A_{i+1}, ..., A_n)$

  Ergebnisrelation: $R' := R$

- Nachtrag zum Produkt:

  Falls $R \neq S$ und $\{A_1, ..., A_n\} \cap \{B_1, ..., B_m\} = \{C\}$ mit $A_i = B_j = C$ gilt, werden für $R \times S$ implizite Umbenennungen vorgenommen:

$\delta_{R.C \leftarrow A_i}(R) \times \delta_{S.C \leftarrow B_j}(S)$

Es entsteht das Ergebnisschema
$R'(A_1, ..., R.C, ..., A_n, B_1, ..., S.C, ..., B_m)$

Falls R=S gilt, werden für $R \times S = R \times R$ implizite Umbenennungen vorgenommen, so daß für $R(A, B, ...)$ folgendes Ergebnisschema entsteht:

$R'(A_1, B_1, ..., A_2, B_2, ...)$

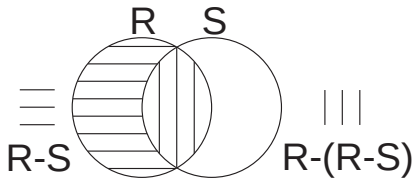
Abgeleitete Operationen

- Durchschnitt $R \cap S$

  Voraussetzung: wie $R \cup S$

  Definition: $R \cap S :=$ Mengendurchschnitt von R und S

  Ableitung: $R \cap S = R - (R - S)$



- Verbund $R *_{A_i \Theta B_j} S$

  Voraussetzung: Θ ist passender Vergleichsoperator

  Definition:
  $R *_{A_i \Theta B_j} S := \{r \circ s | r \in R \wedge s \in S \wedge r_i \Theta s_j\}$

  Ableitung: $R *_{A_i \Theta B_j} S = \sigma_{A_i \Theta B_j}(R \times S)$

- natürlicher Verbund $R * S$

  Voraussetzung: $C_1, ..., C_k$ seien alle gemeinsamen Attributnamen in R und S, also o.B.d.A. $R(A_1, ..., A_{n-k}, C_1, ..., C_k)$ und $S(B_1, ..., B_{m-k}, C_1, ..., C_k)$

  Definition: 'Verbinde R und S in natürlicher Weise über ihre gemeinsamen Attribute'

  Ableitung:
  $R * S = \pi_{A_1,...,A_{n-k},R.C_1,...,R.C_k,B_1,...,B_{m-k}}($
  $\sigma_{R.C_1=S.C_1 \wedge ... \wedge R.C_k=S.C_k}(R \times S))$

- Division $R : S$

  Analogie zur Division auf den natürlichen Zahlen

  $n : m$ ist die größte ganze Zahl mit $(n : m) * m \leq n$
  $R : S$ ist die größte Relation mit $(R : S) \times S \subseteq R$

  Voraussetzung: Attribute von S sind auch Attribute von R, also o.B.d.A.
  $R(A_1, ..., A_{n-m}, B_1, ..., B_m)$ und $S(B_1, ..., B_m)$

  Definition: $R : S := \{\pi_{A_1,...,A_{n-m}}(r) | r \in R \wedge$
  $\forall s \in S(\pi_{A_1,...,A_{n-m}}(r) \circ s \in R)\}$

  Ermittle alle $\pi_{A_1,...,A_{n-m}}$-Projektionen von Tupeln, die in den S-Komponenten alle in S aufgelisteten Wertkombinationen haben

  Ableitung: $R : S = \pi_{A_1,...,A_{n-m}}(R) -$
  $\pi_{A_1,...,A_{n-m}}((\pi_{A_1,...,A_{n-m}}(R) \times S) - R)$